**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»**

Кафедра інформатики та інтелектуальної власності

**ЗВІТИ**

про виконання лабораторних робіт з дисципліни

«Методи та засоби обчислювальної математики»

Варіант 18

Група КН-321в

Виконавець Дмитро ХОМА

Викладач Дмитро ЄЛЬЧАНІНОВ

Харків 2023

**8 ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ ФУНКЦІЙ**

**8.1 Завдання**

Для функції знайти значення інтеграла методами:

– трапецій;

– Сімпсона;

– Буля.

Відрізок поділити на 24 рівних частини.

Функція для заданого варіанта подана у табл. 8.1.

Таблиця 8.1 – Функція для заданого варіанта

|  |  |
| --- | --- |
| Варіант | Функція |
| 18 |  |

**8.2 Методи чисельного інтегрування**

Розглянемо три методи чисельного інтегрування.

**8.2.1 Метод трапецій**

Нехай задана таблиця значень функції в двох точках, як подано у табл. 8.2.

Таблиця 8.2 – Значення функції в двох точках

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

При цьому .

Тоді формула трапецій має такий вигляд:

Нехай задана таблиця значень функції в точках , як подано у табл. 8.3.

Таблиця 8.3 – Значення функції в точках

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | … |  |  | … |  |  |
|  |  |  | … |  |  | … |  |  |

При цьому , де .

Тоді формула трапецій має такий вигляд:

**8.2.2 Метод Сімпсона**

Нехай задана таблиця значень функції в трьох точках, як подано у табл. 8.4.

Таблиця 8.4 – Значення функції в трьох точках

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

При цьому , де .

Тоді формула Сімпсона має такий вигляд:

Нехай задана таблиця значень функції в точках , як подано у табл. 8.5.

Таблиця 8.5 – Значення функції в точках

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | … |  |  |  | … |  |  |  |
|  |  |  |  | … |  |  |  | … |  |  |  |

При цьому , де .

Тоді формула Сімпсона має такий вигляд:

**8.2.3 Метод Буля**

Нехай задана таблиця значень функції в п’яти точках, як подано у табл. 8.6.

Таблиця 8.6 – Значення функції в п’яти точках

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

При цьому , де .

Тоді формула Буля має такий вигляд:

Нехай задана таблиця значень функції в точках , як подано у табл. 8.7.

Таблиця 8.7 – Значення функції в точках

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | … |  | … |  |  |  |  |  | … |  | … |  |
|  |  | … |  | … |  |  |  |  |  | … |  | … |  |

При цьому , де . Тоді формула Буля має такий вигляд:

**8.3 Код програми**

Чисельне інтегрування реалізовано у коді програми мовою Python, як показано на рис. 8.1.

import pandas as pd

import numpy as np

import math

a=2

b=3

h=1/24

X = np.arange(a, b+h, h)

*# Визначаємо задану функцію*

*def* F(*x*):

    y = (math.e\*\*x)/x\*\*2

    return y

Y = []

for i in range(len(X)):

    Y.append(F(X[i]))

*# Формуємо таблицю точок і значень функцій*

data = pd.DataFrame({'X': X, 'Y': Y})

print(data)

*#Метод трапецій*

*def* trap\_rule(*data*,*h*):

    T = (data['Y'][0]+data['Y'][len(X)-1])/2

    for i in range(1,len(X)-1):

        T = T+data['Y'][i]

    return h\*T

*#Метод Сімпсона*

*def* Simpson\_rule(*data*,*h*):

    S= (data['Y'][0]+data['Y'][len(X)-1])

    for i in range(1,int((len(X)-1)/2)+1):

        S= S+4\*data['Y'][2\*i-1]

    for i in range(1,int((len(X)-1)/2)):

        S= S+2\*data['Y'][2\*i]

    return h\*S/3

*#Метод Буля*

*def* Boole\_rule(*data*,*h*):

    B = 0

    for i in range(0, len(data)):

        if i == 0 or i == len(data)-1:

            B += 7 \* data['Y'][i]

        elif i % 2 != 0:

            B += 32 \* data['Y'][i]

        elif i % 2 == 0 and i % 4 != 0:

            B += 12 \* data['Y'][i]

        elif i % 4 == 0:

            B += 14 \* data['Y'][i]

    return 2\*h\*B/ 45

print()

print(f'Trapezoidal\_rule {trap\_rule(data, h)}')

print(f'Simpson\_rule {Simpson\_rule(data, h)}')

print(f'Boole/s rule {Boole\_rule(data, h)}')

Рисунок 8.1 – Код програми, що реалізує чисельне інтегрування

**8.4 Тестування програми**

Результат роботи програми, що реалізує методи чисельного інтегрування, показано на рис. 8.2.

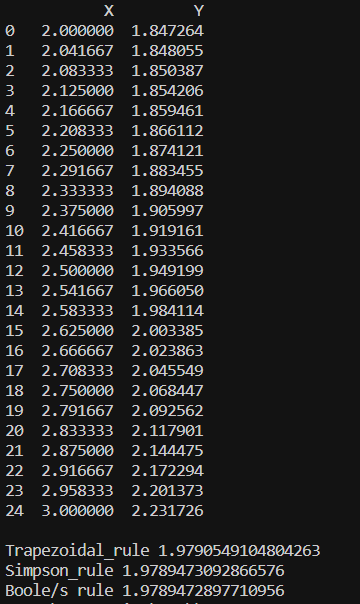


Рисунок 8.2 – Результат роботи програми, що реалізує методи чисельного інтегрування

Результати перевірки 3 методів засобами сервісу WolframAlpha показано на рис. 8.3.

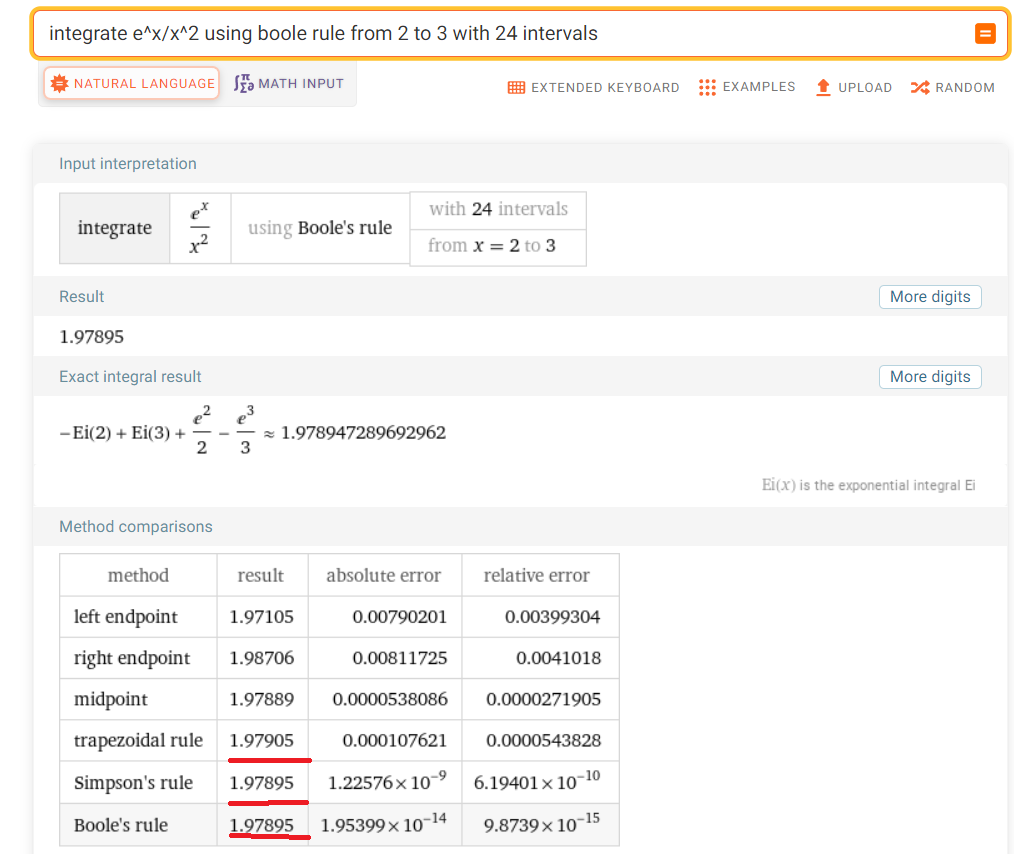


Рисунок 8.3 – Результати перевірки методів

Отже, для заданих вхідних даних програма видає правильні результати.